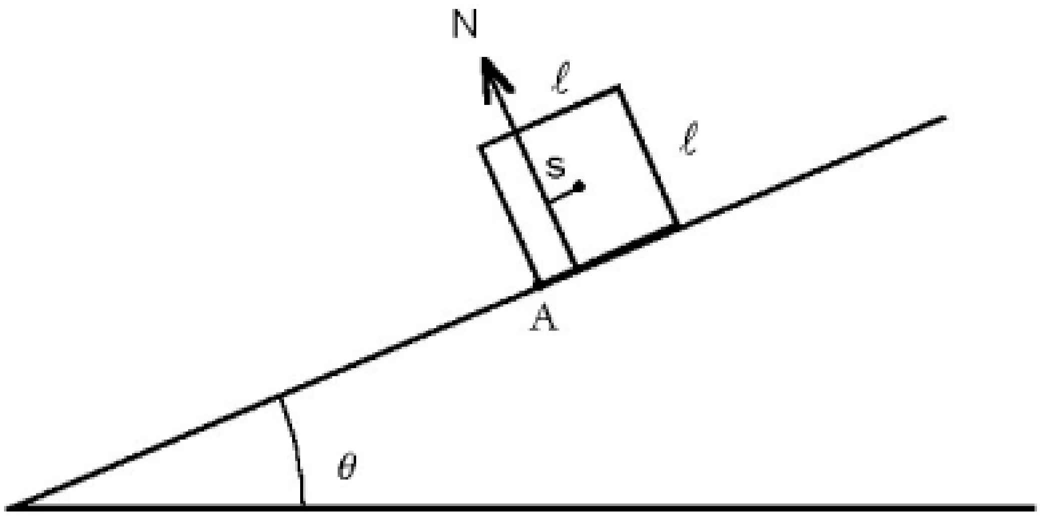
Oppgave 2

En kloss står på et skråplan. Ofte tegnes normalkraften som virker fra underlaget på klossen, som en kraftpil vinkelrett på underlaget. Denne pilen representerer en kraft som virker på hele kontaktflaten mellom klossen og underlaget. Vi skal her se at kraftpilen ikke bør tegnes gjennom kraftens massesenter.

La oss representere normalkraften ved en pil i avstand s fra massesenteret som vist på figuren.



Klossen har form som en terning der alle sidekantene har lengde l. Den befinner seg på et skråplan med helningsvinkel θ. Klossen har masse *m*, og tyngdens akselerasjon er *g*.

a) Finn normalkraften fra underlaget på klossen.

b) Sett opp spinnlikningen med akse A langs klossens nederste sidekant og finn s.

c) Skråplanets helningsvinkel økes. Friksjonen er så stor at klossen ikke begynner å skli.
Ved hvilken vinkel θ_0 er skråplanet så bratt at klossen begynner å velte?

d) Hvor stor må friksjonsfaktoren μ være for at klossen ikke skal skli?

e) Klossen har masse m.
Finn klossens treghetsmoment om aksen A.

f) Klossen holdes først fast og helningsvinkelen økes slik at $\theta > \theta_0$. Så slippes klossen og den velter.
Finn klossens vinkelakselerasjon idet den slippes.

Løsningsforslag

Oppgave 2

a) Ved å bruke Newtons 1. lov på klossen i normalretningen finnes $\underline{N = mg\cos\theta}$.

b) Spinnlikningen med akse gjennom klossens nedre sidekant:

$$N\left(\frac{l}{2} - s\right) + (mg\sin\theta)\frac{l}{2} - (mg\cos\theta)\frac{l}{2} = 0.$$

Ved å sette inn for N fra punkt a) finnes at første og siste ledd går mot hverandre, og vi får: $-mgs\cos\theta + mg\frac{l}{2}\sin\theta = 0$ eller $\underline{s = \frac{l}{2}\tan\theta}$.

c) Den største verdien s kan ha er $s_{maks} = \frac{l}{2}$. Da er $\tan\theta_0 = 1$. Dvs. $\underline{\theta_0 = \frac{\pi}{4} = 45^0}$.

d) Friksjonskraften er $F_R = \mu N = \mu mg\cos\theta$. Tyngdens komponent langs skråplanet er $mg\sin\theta$. Ved å bruke Newtons 1. lov på klossen langs skråplanet fås:

$\mu mg\cos\theta - mg\sin\theta = 0$. Dvs. $\mu = \tan\theta$. Følgelig må $\underline{\mu \geq \tan\frac{\pi}{4} = 1}$.

e) Klossens treghetsmoment om aksen A finnes ved å bruke formelsamlingen og Steiners setning. I formelsamlingen finnes treghetsmomentet om en akse gjennom massesenteret: $I_0 = \frac{m}{12}\left(l^2 + l^2\right) = \frac{m}{6}l^2$.

Ifølge Steiners setning er $I = I_0 + me^2$ der e er avstanden mellom aksene. Her er

$$e^2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{l^2}{2}.$$

Følgelig er terningens treghetsmoment om aksen A: $I = \frac{m}{6}l^2 + \frac{m}{2}l^2 = \underline{\frac{2}{3}ml^2}$.

f) For å finne vinkelakselerasjonen setter vi opp spinnlikningen om aksen A. Nå virker normalkraften N gjennom A og bidrar ikke med noe kraftmoment. Kun tyngdens komponenter bidrar. Spinnlikningen tar da formen:

$\frac{l}{2}mg\sin\theta - \frac{l}{2}mg\cos\theta = I\alpha = \frac{2}{3}ml^2\alpha$ som gir vinkelakselerasjonen:

$$\underline{\alpha = \frac{3}{4}\frac{g}{l}\left(\sin\theta - \cos\theta\right)}.$$